



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Технологический институт сервиса (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Донской государственный технический университет»
в г. Ставрополе Ставропольского края
(ТИС (филиал) ДГТУ)

Методические указания к расчетно-графической работе №1

по дисциплине: «ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

г. Ставрополь, 2015

Составитель: к.т.н. Малсугенов А.В.

Методические рекомендации содержат индивидуальные задания и примеры выполнения задач для выполнения расчетно-графической работы №1 по дисциплине «Техническая механика» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование»

СОДЕРЖАНИЕ

Задача №1 – Расчет стержня на растяжение-сжатие

Задача №2 – Расчет вала на кручение

Задача №3 – Расчет балки на изгиб

| | | | | | | | | | |
|------------------|----------------|--------------|-------------|--|--|--------------------|-------------|---------------|--|
| | | | | | | | | | |
| <i>Изм/Лист</i> | <i>№ докум</i> | <i>Подп.</i> | <i>Дата</i> | | | <i>Лит</i> | <i>Лист</i> | <i>Листов</i> | |
| <i>Разраб</i> | | | | | | | | | |
| <i>Проб.</i> | | | | | | | | | |
| <i>Н. контр.</i> | | | | | | | | | |
| <i>Утв.</i> | | | | | | | | | |
| | | | | | | <i>Рис. ТМ-111</i> | | | |

Под эпюрой внутреннего усилия понимается график изменения этой величины вдоль оси стержня. Площадь под графиком штрихуется вертикальными линиями.

Правило знаков: растягивающие продольные силы – положительные, сжимающие – отрицательные.

ЗАДАНИЕ: Стержень переменного сечения нагружен вдоль оси сосредоточенными внешними силами. $F_1 = 5кН$; $F_2 = 7,5кН$; $F_3 = 5кН$. $A_1 = 10см^2$ $A_2 = 20см^2$; $A_3 = 30см^2$. $l = 0,3м$. $E_{стали} = 2 \cdot 10^5 МПа$. Требуется построить эпюры внутренних продольных сил N , напряжений σ и перемещений δ . Влиянием собственного веса пренебречь.

РЕШЕНИЕ:

1. Разобьем брус на отдельные участки, начиная от его свободного конца - границами участков служат сечения, где приложены внешние силы, а также места изменения размеров поперечного сечения. В результате получаем 6 участков.

2. Определим продольные силы. Рассматриваем последовательно участок за участком начиная со свободного конца. Используем метод сечений (РОЗУ):

2.1. Рассмотрим участок 1

Р. Мысленно рассекаем стержень произвольным сечением на участке 1;

О. Отбрасываем верхнюю часть бруса (наиболее нагруженную);

3. Заменяем действие отброшенной части равнодействующей внутренних сил N_1 , которая направлена от сечения.

У. Уравновешиваем. Составляем уравнение равновесия: $\sum F_{ix} = 0$.

Поскольку на 1 участке внешние силы не действуют, то $N_1 = 0$

2.2. Участок 2: Силу N_2 направляем от сечения.

$\sum F_{ix} = 0$; $N_2 - F_1 = 0$; $N_2 = F_1 = 5кН$. Поскольку продольная сила получилась со знаком «+», то она действительно направлена от сечения, как и было принято предварительно. Т.о. данный участок испытывает растяжение.

Поскольку на данном участке сечение постоянно и внешних сил нет, то продольная сила на данном участке имеет постоянное значение. Строим эпюру вправо в произвольном масштабе.

| | | | | | | | | | |
|----------|---------|------|------|--|--|--|--|--|------|
| | | | | | | | | | Лист |
| Изм/лист | № докум | Подп | Дата | | | | | | 3 |

2.3 Участок 3: $\sum F_{iz} = 0; N_3 - F_1 = 0; N_3 = F_1 = 5кН.$

2.4. Участок 4: $\sum F_{iz} = 0; N_4 - F_1 + F_2 = 0; N_4 = F_1 - F_2 = 5 - 7,5 = -2,5кН.$

Знак «-» указывает на то, что в действительности данная сила N_4 к сечению, а не от него, как это было предположено, Следовательно 4 участок испытывает сжатие.

2.5. Участок 5: $\sum F_{iz} = 0; N_5 - F_1 + F_2 = 0; N_5 = F_1 - F_2 = 5 - 7,5 = -2,5кН;$

2.6. Участок 6: В данном случае отбрасываем ту часть, где присутствует жесткая заделка.

$$\sum F_{iz} = 0; N_6 - F_1 + F_2 - F_3 = 0; N_6 = F_1 - F_2 + F_3 = 5 - 7,5 + 5 = 2,5кН.$$

3. Определим напряжения. Используем формулу $\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}.$

3.1. Участок 1: $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = 0.$

3.2. Участок 2: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A_1} = \frac{5000}{10 \cdot 10^{-4}} = 5МПа.$

3.3. Участок 3: $\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{5000}{20 \cdot 10^{-4}} = 2,5МПа.$

3.4. Участок 4: $\sigma_4 = \frac{N_4}{A_2} = \frac{-2500}{20 \cdot 10^{-4}} = -1,25МПа.$

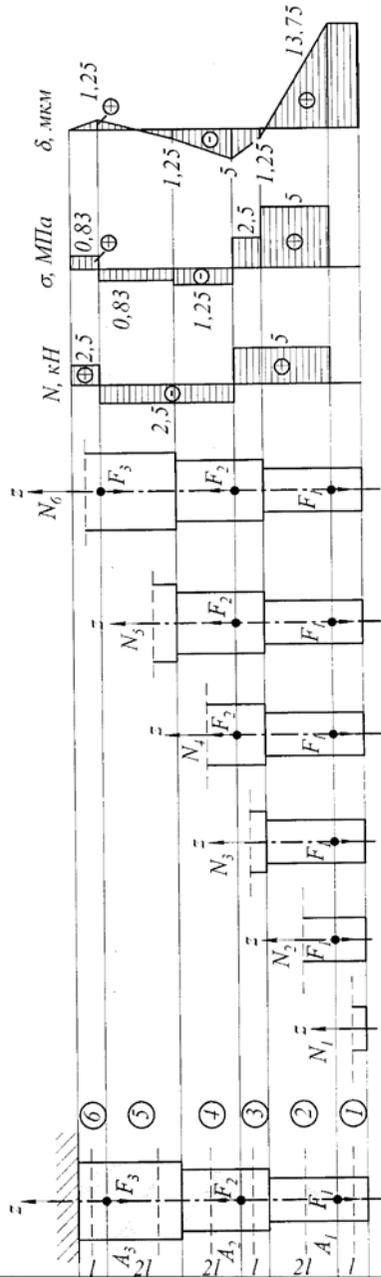
3.5. Участок 5: $\sigma_5 = \frac{N_5}{A_3} = \frac{-2500}{30 \cdot 10^{-4}} = -0,83МПа.$

3.6. Участок 6: $\sigma_6 = \frac{N_6}{A_3} = \frac{2500}{30 \cdot 10^{-4}} = 0,83МПа.$

4. Определим перемещения. δ_i - перемещение крайней нижней точки i -го участка, которое состоит из его удлинения Δl_i и перемещения δ_{i+1} как единого целого за счет деформирования предыдущих участков.

$$\delta_i = \delta_{i+1} + \Delta l_i = \delta_{i+1} + \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot A_i};$$

| | | | | | | | | | |
|----------|---------|------|------|--|--|--|--|--|------|
| | | | | | | | | | Лист |
| Изм/Лист | № док-м | Подп | Дата | | | | | | 4 |



| | | | | |
|----------|---------|------|------|------|
| Изм/лист | № докум | Подп | Дата | Лист |
| | | | | 5 |

Начинаем от жесткой заделки:

$$\text{Участок 6: } \delta_6 = 0 + \frac{N_6 \cdot l_6}{E \cdot A_3} = \frac{2500 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,003} = 1,25 \text{ мкм};$$

$$\text{Участок 5: } \delta_5 = \delta_6 + \frac{N_5 \cdot l_5}{E \cdot A_3} = 1,25 + \frac{-2500 \cdot 0,6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,003} = 1,25 - 2,5 = -1,25 \text{ мкм};$$

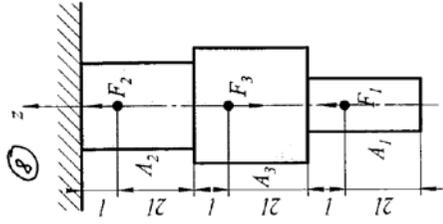
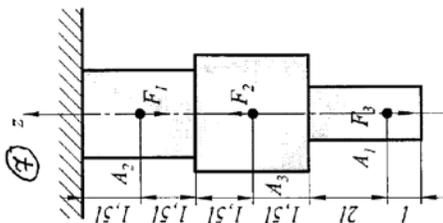
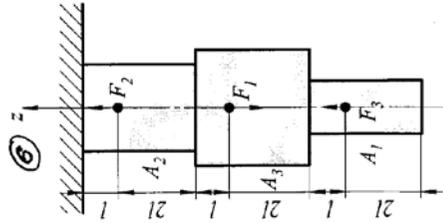
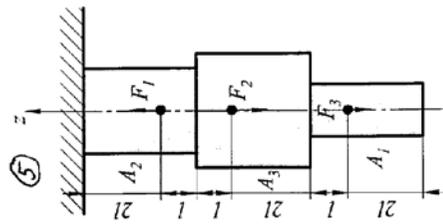
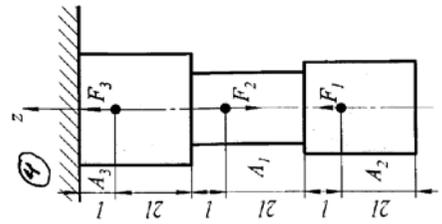
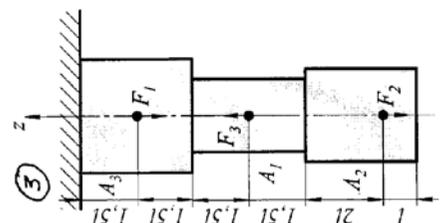
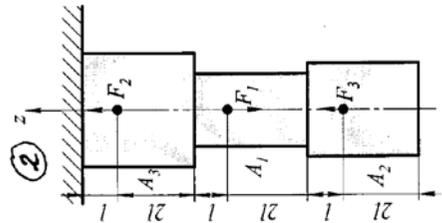
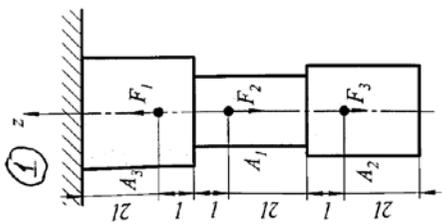
$$\text{Участок 4: } \delta_4 = \delta_5 + \frac{N_4 \cdot l_4}{E \cdot A_2} = -1,25 + \frac{-2500 \cdot 0,6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = -1,25 - 3,75 = -5 \text{ мкм};$$

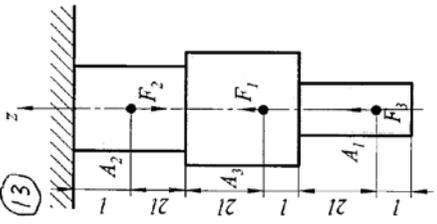
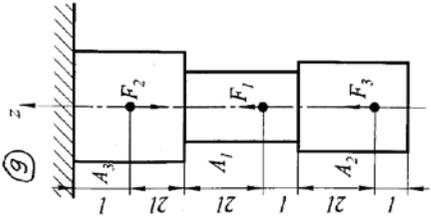
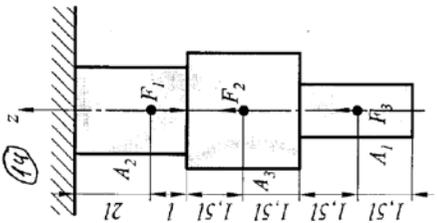
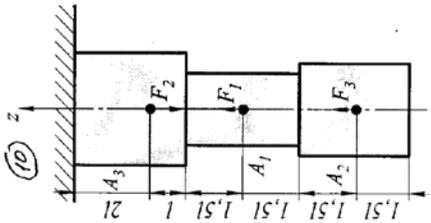
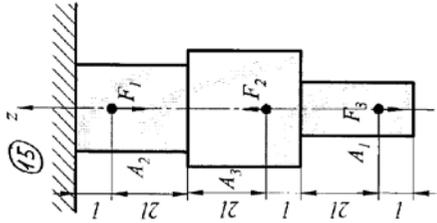
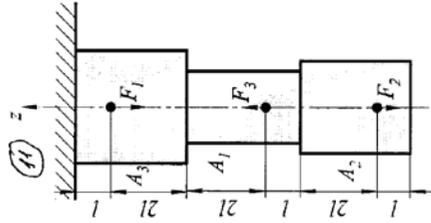
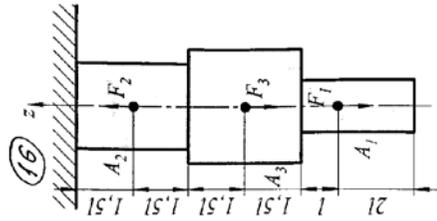
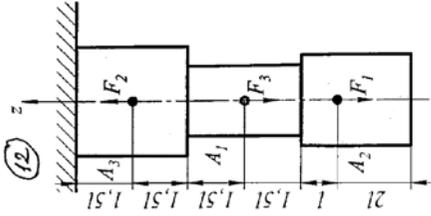
$$\text{Участок 3: } \delta_3 = \delta_4 + \frac{N_3 \cdot l_3}{E \cdot A_2} = -5 + \frac{5000 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = -5 + 3,75 = -1,25 \text{ мкм};$$

$$\text{Участок 2: } \delta_2 = \delta_3 + \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_1} = -1,25 + \frac{5000 \cdot 0,6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = -1,25 + 15 = 13,75 \text{ мкм};$$

$$\text{Участок 1: } \delta_1 = \delta_2 + \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = 13,75 + 0 = 13,75 \text{ мкм}.$$

| | | | | | | | |
|------|------|----------|-------|------|--|--|------|
| | | | | | | | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | 6 |





ЗАДАЧА №1 РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

| Вариант | $F_1,$ кН | $F_2,$ кН | $F_3,$ кН | $l,$ м | $A_1,$ см ² | $A_2,$ см ² | $A_3,$ см ² |
|---------|--------------|--------------|--------------|--------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1 | 11 | 17 | 20 | 0,2 | 8 | 12 | 16 |
| 2 | 12 | 18 | 21 | 0,2 | 9 | 13 | 17 |
| 3 | 13 | 19 | 22 | 0,2 | 10 | 14 | 18 |
| 4 | 14 | 20 | 23 | 0,2 | 11 | 15 | 19 |
| 5 | 15 | 21 | 24 | 0,2 | 12 | 16 | 20 |
| 6 | 16 | 22 | 25 | 0,2 | 13 | 17 | 21 |
| 7 | 17 | 23 | 11 | 0,2 | 14 | 18 | 22 |
| 8 | 18 | 24 | 10 | 0,2 | 8 | 12 | 16 |
| 9 | 19 | 25 | 11 | 0,2 | 9 | 13 | 17 |
| 10 | 20 | 11 | 12 | 0,2 | 10 | 14 | 18 |
| 11 | 21 | 12 | 13 | 0,2 | 11 | 15 | 19 |
| 12 | 22 | 13 | 14 | 0,2 | 12 | 16 | 20 |
| 13 | 23 | 14 | 15 | 0,2 | 13 | 17 | 21 |
| 14 | 24 | 15 | 16 | 0,2 | 14 | 18 | 22 |
| 15 | 25 | 16 | 17 | 0,2 | 8 | 12 | 16 |
| 16 | 11 | 17 | 18 | 0,2 | 9 | 13 | 17 |
| 17 | 12 | 18 | 19 | 0,2 | 10 | 14 | 18 |
| 18 | 13 | 18 | 20 | 0,2 | 11 | 15 | 19 |
| 19 | 14 | 19 | 21 | 0,2 | 12 | 16 | 20 |
| 20 | 15 | 20 | 22 | 0,2 | 13 | 17 | 21 |
| 21 | 16 | 21 | 23 | 0,2 | 14 | 18 | 22 |
| 22 | 17 | 22 | 24 | 0,2 | 8 | 12 | 16 |
| 23 | 18 | 23 | 25 | 0,2 | 9 | 13 | 17 |
| 24 | 19 | 24 | 11 | 0,2 | 10 | 14 | 18 |

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$$

Участок I. Используем метод сечений (РОЗУ):

Р. Рассекаем вал на данном участке вертикальной плоскостью.

О. Отбрасываем наиболее нагруженную правую часть.

З. Заменяем действие отброшенной части крутящим моментом M_{z1} (направленным в соответствии с правилом знаков: крутящий момент направляется против часовой стрелки, если смотреть на сечение со стороны отброшенной части).

У. Составляем уравнение равновесия оставшейся части:

$$\sum M_z = 0;$$

$$M_1 + M_{z1} = 0;$$

$$M_{z1} = -M_1 = -70 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Участок II.

$$\sum M_z = 0;$$

$$M_1 - M_2 + M_{z2} = 0;$$

$$M_{z2} = M_2 - M_1 = 110 - 70 = 40 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Участок III.

$$\sum M_z = 0;$$

$$-M_{z3} + M_4 = 0;$$

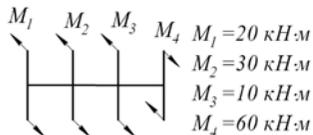
$$M_{z3} = M_4 = 10 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

В соответствии с полученными результатами строим эпюру крутящих моментов и проводим штриховку перпендикулярно оси вала.

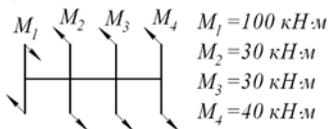
| | | | | | | | |
|------|------|----------|-------|------|--|--|------|
| | | | | | | | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | 8 |

Схемы к задаче №2

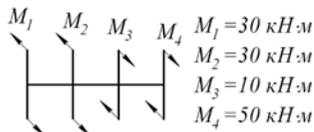
№ 1



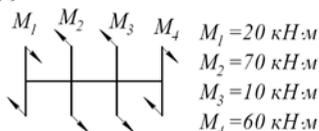
№ 8



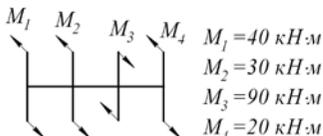
№ 2



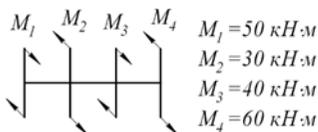
№ 9



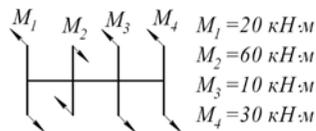
№ 3



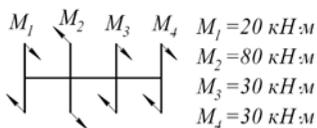
№ 10



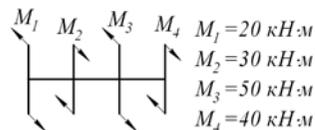
№ 4



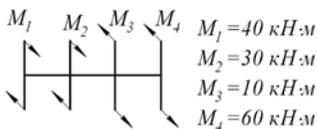
№ 11



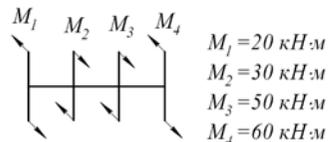
№ 5



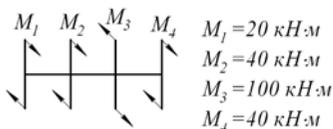
№ 12



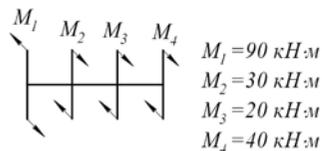
№ 6



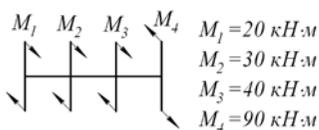
№ 13



№ 7



№ 14



ЗАДАЧА №3 Расчет балки на изгиб.

Правила введения внутренних усилий:

Задание: Балка, у которой $a = 3,6$ м; $b = 4,8$ м; $c = 2,6$ м, $l = 14$ м, нагружена вертикальной силой $F = 8$ кН, изгибающим моментом $M = 10$ кН·м и распределенной нагрузкой $q = 10$ кН/м.

Требуется: построить эпюры внутренних поперечных сил и изгибающих моментов.

Решение:

1. Определение опорных реакций.

В шарнирно-неподвижной опоре A возникают две реакции R_{Ay} и R_{Az} . Однако, поскольку вдоль оси z не действует никаких сил, то и соответственно $\sum F_{iz} = R_{Az} = 0$, следовательно $R_{Az} = 0$.

В шарнирно-подвижной опоре B возникает одна опорная реакция R_{By} .

Обе силы направляем вверх.

Для определения опорных реакций R_{By} и R_{Ay} составим уравнения равновесия балки в виде сумм моментов всех сил относительно точек A и B . Правило знаков если крутящий момент относительно данной точки направлен против часовой стрелки, то такой момент будет положительный.

$$\sum M_A = 0;$$

$$14 \cdot R_{By} - F \cdot (l - c) + M - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$14 \cdot R_{By} - 8 \cdot (14 - 2,6) + 10 - 10 \cdot 3,6 \cdot 1,8 = 0$$

$$14 \cdot R_{By} - 146 = 0;$$

$$R_{By} = 10,43 \text{ кН.}$$

| | | | | | | |
|------|-------|----------|-------|------|--|------|
| | | | | | | Лист |
| Изм. | Листа | № докум. | Подп. | Дата | | 10 |

$$\sum M_B = 0;$$

$$-14 \cdot R_{Ay} + q \cdot a \cdot \left(l - \frac{a}{2} \right) + M + F \cdot c = 0;$$

$$-14 \cdot R_{Ay} + 10 \cdot 3,6 \cdot \left(14 - \frac{3,6}{2} \right) + 10 + 8 \cdot 2,6 = 0;$$

$$-14 \cdot R_{Ay} + 467 = 0;$$

$$R_{Ay} = 33,57 \text{ кН.}$$

2. Проверка правильности определения опорных реакций:

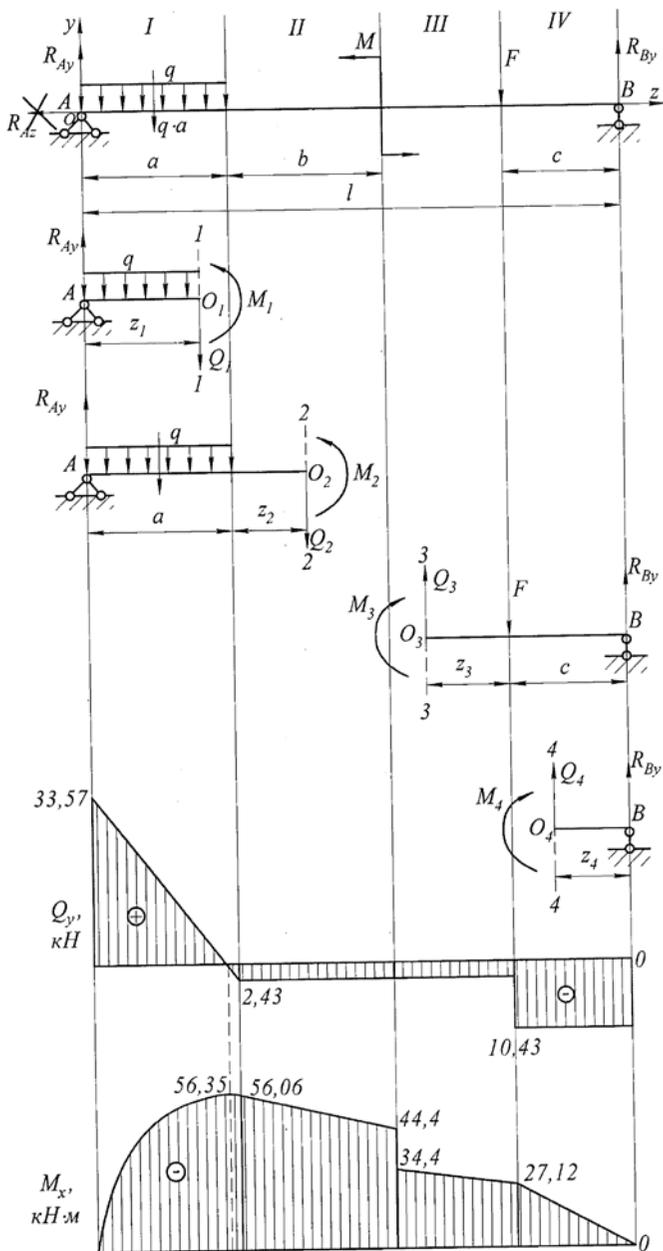
$$\sum F_y = 0;$$

$$R_{Ay} - q \cdot a - F - R_{By} = 0$$

$$33,57 - 10 \cdot 3,6 - 8 + 10,43 = 0$$

ВЕРНО.

| | | | | | | | |
|----------|----------|-------|------|--|--|--|------|
| | | | | | | | Лист |
| Изм/Лист | № докум. | Подп. | Дата | | | | 11 |



3. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

При заданной нагрузке в сечениях балки из 6 силовых факторов будут возникать только поперечные силы Q_y и изгибающие моменты M_x , т.е. имеет место *прямой поперечный изгиб*. Нижние индексы x, y в дальнейшем для простоты приводить не будем.

Разбиваем балку на характерные участки, границами которых служат сечения с сосредоточенными внешними силами (в том числе опорные реакции) или моментами, а также сечения, в которых начинаются или заканчиваются распределенная нагрузка. В результате получим 4 участка (I, II, III, IV).

Эпюру моментов строим на растянутом волокне.

Рассматриваем последовательно участок за участком

Участок I: Используем метод сечений (РОЗУ):

Р. Мысленно рассекаем стержень произвольным сечением 1-1 на участке I (на расстоянии z_1 от начала участка);

О. Отбрасываем правую часть бруса (наиболее нагруженную);

З. Заменяем действие отброшенной части поперечной силой Q_1 и изгибающим моментом M_1 .

У. Уравновешиваем. Составляем уравнение равновесия сил и моментов относительно сечения оставшейся части.

$$\sum F_y = 0.$$

$$R_{Ay} - q \cdot z_1 - Q_1 = 0$$

при $z_1 = 0$; $Q_1 = R_{Ay} = 33,57$ кН

при $z_1 = a$; $Q_1 = R_{Ay} - q \cdot a = 33,57 - 10 \cdot 3,6 = -2,43$ кН

$$\sum M_{O_1} = 0.$$

(O_1 – точка пересечения плоскости 1-1 и оси балки.)

$$-R_{Ay} \cdot z_1 + q \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2} + M_1 = 0;$$

| | | | | |
|----------|---------|------|------|--|
| | | | | |
| Изм/Лист | № док-м | Подп | Дата | |

Лист

13

Поскольку на участке I действует распределенная нагрузка, то эпюра изгибающего момента на данном участке будет представлять собой параболу и для большей точности построений дополнительно определим M_I при $z_I = \frac{a}{2}$.

при $z_I = 0$; $M_I = 0$;

при $z_I = \frac{a}{2}$; $M_I = R_{Ay} \cdot \frac{a}{2} - q \frac{a^2}{8} = 33,57 \cdot \frac{3,6}{2} - 10 \cdot \frac{3,6^2}{8} = 44,23$ кН·м;

при $z_I = a$; $M_I = R_{Ay} \cdot a - q \frac{a^2}{2} = 33,57 \cdot 3,6 - 10 \cdot \frac{3,6^2}{2} = 56,06$ кН·м.

Участок II. Проведем сечение 2-2, которое пересекает ось балки в точке O_2 . Отбрасываем более нагруженную правую часть. Составляем уравнения равновесия.

$$\sum F_y = 0;$$

$$R_{Ay} - q \cdot a - Q_2 = 0;$$

$$Q_2 = R_{Ay} - q \cdot a = 33,57 - 10 \cdot 3,6 = -2,43 \text{ кН.}$$

$$\sum M_{O_2} = 0;$$

$$-R_{Ay}(a + z_2) + q \cdot a \left(\frac{a}{2} + z_2 \right) + M_2 = 0$$

при $z_2 = 0$; $M_2 = R_{Ay} \cdot a - q \frac{a^2}{2} = 33,57 \cdot 3,6 - 10 \cdot \frac{3,6^2}{2} = 56,06$ кН·м;

при $z_2 = b$;

$$M_2 = R_{Ay}(a + b) + q \cdot a \left(\frac{a}{2} + b \right) = 33,57 \cdot (3,6 + 4,8) - 10 \cdot 3,6 \cdot \left(\frac{3,6}{2} + 4,8 \right) = 44,4 \text{ кН·м.}$$

Участок III. Проведем сечение 3-3, которое пересекает ось балки в точке O_3 . Отбрасываем более нагруженную левую часть. Составляем уравнения равновесия.

$$\sum F_y = 0;$$

$$Q_3 - F + R_{By} = 0;$$

$$Q_3 = F - R_{By} = 8 - 10,43 = -2,43 \text{ кН.}$$

$$\sum M_{O_3} = 0;$$

| | | | | | | |
|------|-------|----------|-------|------|--|------|
| | | | | | | Лист |
| Изм. | Листа | № докум. | Подп. | Дата | | 14 |

$$-M_3 - F \cdot z_3 + R_{By}(c + z_3) = 0;$$

при $z_3 = 0$; $M_3 = R_{By} \cdot c = 10,43 \cdot 2,6 = 27,12$ кН·м;

при $z_3 = 3$ м; $M_3 = -8 \cdot 3 + 10,43 \cdot (2,6 + 3) = 34,4$ кН·м.

Участок VI. Проведем сечение 4-4, которое пересекает ось балки в точке O_4 .

Отбрасываем более нагруженную левую часть. Составляем уравнения равновесия.

$$\sum F_y = 0;$$

$$Q_4 + R_{By} = 0;$$

$$Q_4 = -R_{By} = -10,43 \text{ кН.}$$

$$\sum M_{O_4} = 0;$$

$$-M_4 + R_{By} \cdot z_4 = 0;$$

при $z_4 = 0$; $M_4 = 0$;

при $z_4 = c$; $M_4 = R_{By} \cdot c = 10,43 \cdot 2,6 = 27,12$ кН·м.

4. Вычисление экстремума на эпюре моментов.

На I участке эпюра поперечных сил пересекает ось, следовательно, в соответствующем сечении изгибающий момент будет экстремален. Используя выражение для поперечной силы Q_I , определим координату z'_I , такую, что $Q_I(z'_I) = 0$:

$$(R_{Ay} - q \cdot z_I - Q_I = 0 \text{ (см. I участок)})$$

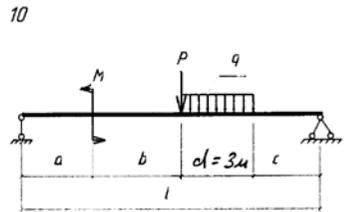
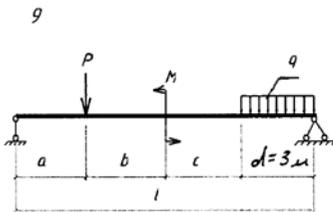
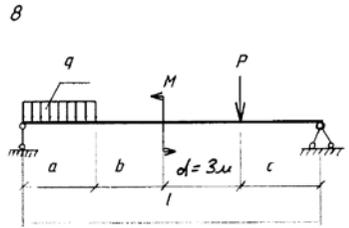
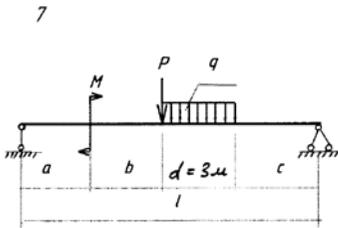
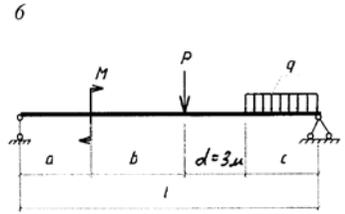
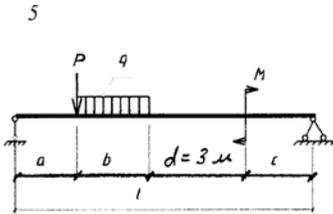
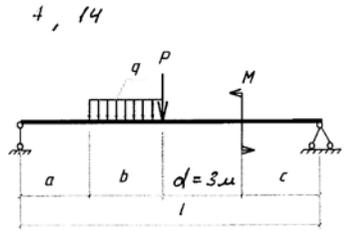
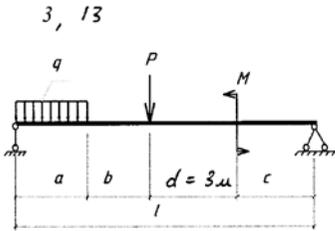
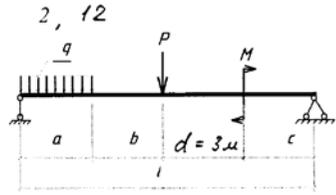
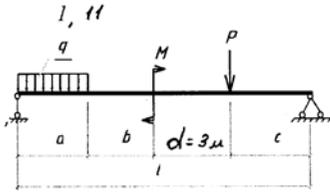
$$R_{Ay} - q \cdot z'_I = 0;$$

$$z'_I = \frac{R_{Ay}}{q} = \frac{33,57}{10} = 3,357 \text{ м.}$$

Вычислим значение момента в сечении с координатой $z_I = z'_I$:

$$-R_{Ay} \cdot z_I + q \cdot z_I \cdot \frac{z_I}{2} + M_I = 0$$

$$M_I(z'_I) = R_{Ay} \cdot z'_I - q \cdot \frac{(z'_I)^2}{2} = 33,57 \cdot 3,357 - 10 \cdot \frac{3,357^2}{2} = 56,35 \text{ кН·м.}$$



Данные к задаче №3

| Вариан- | Данные величин | | | | | | |
|---------|----------------|------------|------------|------------|------------------------------------|--|---|
| | a (м) | b (м) | c (м) | l (м) | Изгибающий момент M , кН м | Сосредото- ченная си- ла P , кН | Равномерно распреде- ленная нагрузка |
| 1 | 2 | 3,2 | 1,8 | 10 | 6 | 16 | 18 |
| 2. | 2,2 | 3,4 | 1,9 | 10,5 | 6 | 15 | 17 |
| 3. | 2,4 | 3,6 | 2 | 11 | 7 | 14 | 16 |
| 4. | 2,6 | 3,8 | 2,1 | 11,5 | 7 | 13 | 15 |
| 5. | 2,8 | 4 | 2,2 | 12 | 8 | 12 | 14 |
| 6. | 3 | 4,2 | 2,3 | 12,5 | 8 | 11 | 13 |
| 7. | 3.2 | 4,4 | 2,4 | 13 | 9 | 10 | 12 |
| 8. | 3,4 | 4,6 | 2,5 | 13,5 | 9 | 9 | 11 |
| 9. | 3,6 | 4,8 | 2,6 | 14 | 10 | 8 | 10 |
| 10. | 3,8 | 5 | 2,7 | 14,5 | 10 | 7 | 9 |
| 11. | 2,4 | 3,6 | 2 | 11 | 8 | 15 | 10 |
| 12. | 2,6 | 3,8 | 2,1 | 11,5 | 8 | 16 | 11 |
| 13. | 2,8 | 4 | 2,2 | 12 | 9 | 18 | 12 |
| 14. | 2,8 | 4 | 2,2 | 12 | 8 | 12 | 14 |